

REDEFOR
 Rede São Paulo de Formação Docente
 Especialização de Matemática

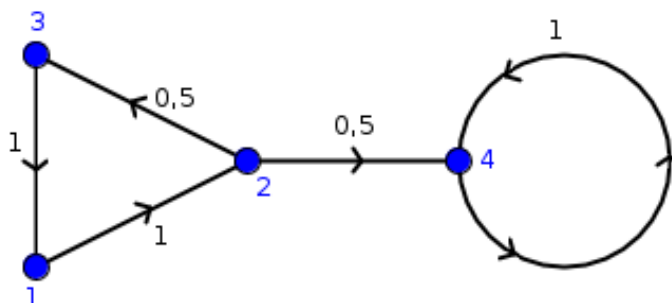
Módulo 3

Disciplina 5 – Matrizes, Determinantes e Sistemas lineares

Tema 1: Definição, notação, classificação e álgebra de matrizes

Data limite de entrega: 27/04/2012 (29/04/2012 valendo 70% da nota)

1. Considere a representação de um circuito de 4 vértices. Os valores em preto indicam as probabilidades de uma corrente seguir para um ou outro vértice.



Podemos associar uma matriz a este circuito como a seguinte:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Lemos a matriz da seguinte forma: A probabilidade da corrente sair do vértice i para o vértice j é dada pelo elemento c_{ij} da matriz quadrada C .

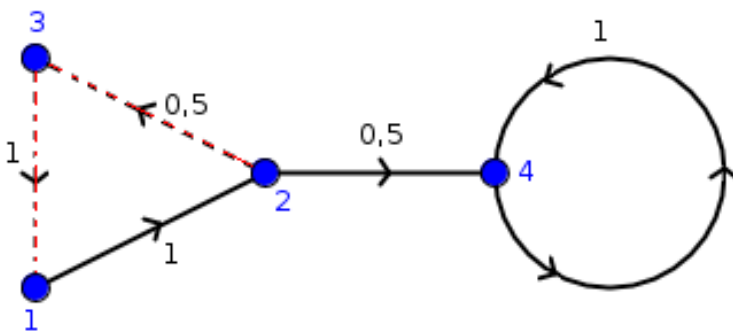
(a) (1,0) Obtenha a matriz transposta C^t ;

(b) (2,0) Calcule CC^t e C^tC ;

(c) (1,0) Calcule o produto de C por C , isto é, C^2 ;

(d) (2,0) Interprete C^2 como a representação, em forma de matriz, das probabilidades das correntes saírem do vértice i para o vértice j em dois estágios. Isto é, os elementos da matriz

C^2 representam a passagem do vértice i para o vértice j passando antes, por outro vértice do circuito. Assim a probabilidade da corrente ir do vértice 2 para o vértice 1 em dois estágios é $\frac{1}{2}$ (veja figura).



Igualmente do vértice 1 para o vértice 3, do vértice 1 para o vértice 4, do vértice 2 para o vértice 4. Já a probabilidade da corrente ir do vértice 3 para o vértice 2 é um, assim como do vértice 4 para o vértice 4. As demais probabilidades são nulas.

Com essas informações obtenha

C^3 e escreva a interpretação dos elementos dessa matriz como feito no texto do parágrafo anterior;

e) (2,0) Use o resultado $C^{20} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{128} & \frac{127}{128} \\ \frac{1}{128} & 0 & 0 & \frac{127}{128} \\ 0 & \frac{1}{64} & 0 & \frac{63}{64} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ para obter C^{21} e C^{22} . Isto é,

conhecendo a potência 20 da matriz, obter as potências 21 e 22;

f) (2,0) Interprete C^{21} e C^{22} como no item “d”, ou seja, faça uma lista das probabilidades dos caminhos das correntes para cada um dos resultados.